

# Mikrolaser als Photonen-Billiards: wie Chaos ans Licht kommt

Jens U. Nöckel\*

Mikrolaser haben ein großes Anwendungspotential in der Telekommunikation, Datenverarbeitung und Spektroskopie [1]. Mit Resonatoren, deren Abmessungen in keiner Raumrichtung sehr viel größer als die Lichtwellenlänge sind, stößt man nun in einen Bereich zwischen Wellen- und Strahlenoptik vor, in dem technologischer Fortschritt von neuen physikalischen Methoden profitieren kann. Das gilt speziell für ovale dielektrische Resonatoren, in denen sich ein Teil der Lichtstrahlen chaotisch ausbreitet. Experimentell erreicht man gerade mit solchen Strukturen eine dramatische Verbesserung der Ausgangsleistung und Strahleigenschaften im Vergleich zu konventionellen Laser-Geometrien.

Einen ungewöhnlichen Halbleiteleraser für den ansonsten schwer zugänglichen mittleren Infrarotbereich kann man seit kurzem mit sogenannten Quantenkaskaden-Strukturen realisieren [2]. Ihre optischen Übergänge basieren nicht, wie in Laserdioden üblich, auf dem Überwinden der Bandlücke mittels Elektron-Loch-Rekombination.

Abb. 1: Herzstück des Quantenkaskaden-Lasers ist die aktive Region, deren Leitungsbandboden als Funktion des Ortes senkrecht zu den Schichten hier dargestellt ist. Barrieren aus AlInAs und Töpfe aus GaInAs mit unterschiedlicher Dicke nehmen bei der Betriebsspannung eine Schiefelage ein, in der sich Elektronen aus einem Injektor-niveau (1) kommend “bergab” bewegen. Die lasenden Übergänge finden zwischen einem angeregten (2) und dem tiefsten Zustand (3) des breitesten Quantentopfes statt (Pfeil).

Dazu müssen Elektronen, die aus dem Injektor bevorzugt ins Niveau (2) gelangen, jedoch am Heraustunneln in Richtung des Potentialgradienten gehindert werden. Das wird durch ein nachgeschaltetes kurzes Übergitter bewerkstelligt, das als Bandpaßfilter fungiert (hier als “Black Box” gezeigt). Bei der Energie von Niveau (2) findet eine Bragg-Reflektion statt. Dagegen kann Niveau (3) über den benachbarten Zustand (4) zerfallen, weil dort der “Bandpass” transmittiert. Dieses Muster wiederholt sich innerhalb der Resonator-Scheibe 25 mal. Die für die Emission verantwortlichen Dipol-Oszillationen zwischen Subbändern (2) und (3) ergeben ein vorwiegend senkrecht zur Scheibe polarisiertes elektrisches Feld, weil dies die einzige Richtung ist, in der sich die Wellenfunktionen unterscheiden. Das führt zu bevorzugter Ausbreitung parallel zur Scheibenebene. Die Abbildung beruht auf Rechnungen von J. Faist [2].

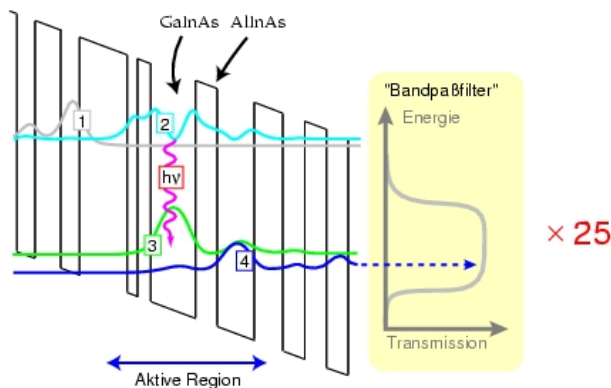
Stattdessen wird das Licht von Elektronen erzeugt, die wie in einem Wasserfall ein kaskadenförmiges, nanostrukturiertes Leitungsbandprofil durchlaufen. Wesentliche Vorteile dieses Systems sind z.B. eine geringe Temperaturempfindlichkeit, keine nicht-strahlende Ladungsträger-Rekombination an Oberflächen, sowie ein schmales und zugleich elektrisch verstimmbares Emissionsspektrum. Die Funktionsweise ist in Abb. 1 skizziert.

## Neuer Wein, neue Schläuche

Entscheidend für die Funktion eines Lasers ist neben dem aktiven Material aber stets die Art des Resonators, in dem die Lasermode sich ausbildet. Ein Laser schwingt an, wenn das lichtverstärkende Medium in die Lage versetzt wird, die durch Absorption und Lichtausstrahlung entstehenden Verluste zu kompensieren. Die dazu nötige Pumpleistung geht zurück, wenn ein Resonator von hoher Güte und kleinem Volumen eingesetzt wird. Dies hat während des letzten Jahrzehnts zu immer stärkerer Kontrolle des Modenvolumens mit Hilfe von Wellenleiter-Techniken geführt, bei denen Photonen nach dem Prinzip der internen Totalreflexion in einem optisch dichten Medium

eingeschlossen werden [3].

Ins Extrem getrieben, führt dies zu den weltweit kleinsten Lasern: *Mikrodisk-Laser* entstehen, wenn man aus einem Lasermaterial wie z.B. der Quantenkaskadenstruktur lithographisch eine dünne Kreisscheibe “ausstanzt” [4]. Das erzeugte Licht wird im Inneren der Halbleiterscheibe durch vielfache Totalreflexion an der Grenzfläche zur umgebenden Luft auf einer zirkulierenden Bahn festgehalten. Diese Geometrie ist in der Akustik aus Gewölben bekannt, in denen ein Flüstern sich entlang einer gekrümmten Wand ausbreitet, ohne in der Mitte des Raumes hörbar zu sein. Die optischen Wellenfronten werden aber viel weniger gedämpft und interferieren bei bestimmten Kombinationen von Wellenlänge und Einfallswinkel konstruktiv mit sich selbst. Die daraus resultierenden Flüstergalerie-Moden haben eine ringförmige Intensitätsverteilung entlang des Scheibenrandes. Da dieser gekrümmt ist, gibt es jedoch eine Kopplung an den Außenraum, basierend auf frustrierter interner Totalreflexion – ein dem quantenmechanischen Tunneln analoger Prozess mit entsprechend geringer Wahrscheinlichkeit.



\*Max-Planck-Institut für Physik komplexer Systeme, Nöthnitzer Str. 38, 01187 Dresden

### Licht am Ende des Tunnelns ?

Komplette Diodenlaser dieser Art sind bereits mit ca.  $1\ \mu\text{m}$  Durchmesser und  $100\ \text{nm}$  Dicke gebaut worden, bei einer Emissionswellenlänge von  $1.55\ \mu\text{m}$ . Sie lasen schon bei äußerst geringer Stromzufuhr. Wenn man aber an hoher Ausgangsleistung interessiert ist, muß ein Pumpstrom deutlich oberhalb des Schwellenstroms fließen, was zur Erwärmung führt. Dann sind etwas größere Scheiben mit mehr Kontaktfläche zum Substrat vorzuziehen, wodurch allerdings auch die Dichte der Moden zunimmt. Für einmodigen Laserbetrieb bietet sich dann wegen seiner intrinsisch schmalen Verstärkungsbandbreite speziell das Quantenkaskaden-Material an. Auch dessen bevorzugte Emissionsrichtung in der Scheibenebene ist mit dieser Resonatorgeometrie besonders kompatibel, denn die Moden sind in guter Näherung auf eine zu den Halbleiterschichten parallele Ebene beschränkt.

Solche Laser in der Gestalt flacher Quantenkaskaden-Mikrozylinder mit ca.  $50\ \mu\text{m}$  Durchmesser und Emission bei  $5.2\ \mu\text{m}$  haben wir theoretisch und exper-

imentell untersucht [5]. Ein gravierender Nachteil der Flüstergalerie ist nämlich, daß bei kreisrundem Querschnitt die Lichtauskopplung mittels frustrierter Totalreflexion nicht nur ineffizient, sondern zudem auch isotrop über den gesamten Rand des Dielektrikums verteilt ist. Eine Vorzugsrichtung für die Ausstrahlung fehlt, da der Einfallswinkel  $\chi$  bezüglich der Normalen zum Rand von einer Reflexion zur nächsten eine Erhaltungsgröße ist. Um einen für Anwendungen interessanten Laser mit gebündelter Emission zu erhalten, sollte also die Rotationssymmetrie in der Berandung zerstört werden. Allerdings ist dann die Wellengleichung i.a. nicht separabel.

Damit steht man vor dem Problem, die Auswirkungen einer bestimmten Resonator-Verformung vorherzusagen. Experimentelles Probieren nach der Methode von Versuch und Irrtum trägt hier allenfalls begrenzt zum physikalischen Verständnis bei. Numerische Lösungen der Wellengleichung sind ein wichtiges Hilfsmittel, weil sie zumindest erlauben, die Intensitätsverteilung der erhaltenen Lösungen im Inneren des Resonators

einzusehen. Beispiele hierfür sind in Abb. 2 gezeigt. Experimentelle Proben mit den gleichen Parametern wurden an den Bell-Laboratorien charakterisiert, und aus dem Vergleich mit dem berechneten Emissionsprofil folgt, daß solche quasigeordneten Zustände eines offenen Systems im Mikrolaser tatsächlich einzeln beobachtbar sind.

### Eine starke Ausstrahlung – Glückssache ?

Es stellt sich die Frage, für welche Art von Deformation es sich überhaupt lohnt, numerische oder reale Experimente durchzuführen. Um unsere in Abb. 2 gezeigte Wahl zu begründen, wollen wir uns die erklärende Kraft des Strahlenbildes zunutze machen – eines Eckpfeilers der klassischen Optik. In asymmetrischen Mikroresonatoren kommt aber die Schwierigkeit hinzu, daß der Einfallswinkel keine Erhaltungsgröße mehr ist, und das führt zu Chaos in der Strahledynamik. Daher müssen wir uns mit den Auswirkungen chaotischer Dynamik auf die Wellenlösungen beschäftigen – ein typisches Problem auf dem Gebiet des Quantenchaos [6].

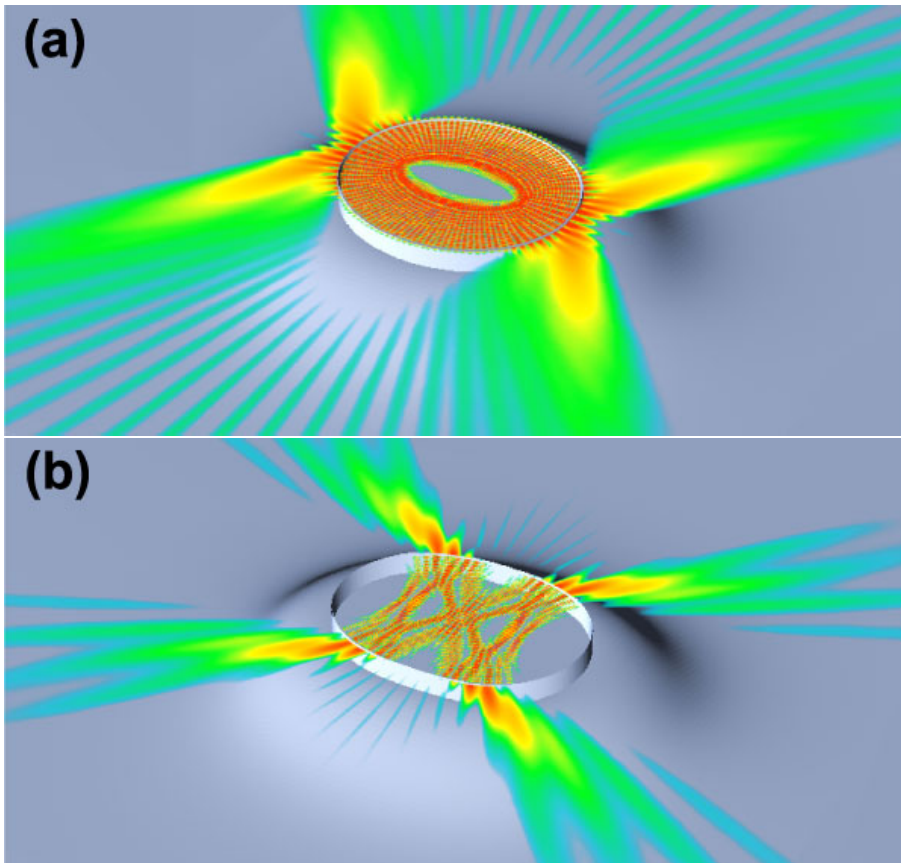


Abb. 2: Intensitätsverteilung zweier Moden in Mikrodisk-Lasern mit Quantenkaskadenstrukturen als aktivem Material (rot ist das Maximum). Für die Flüstergalerie-Mode (a, 6% Verformung vom runden Querschnitt) ist die ringförmige Intensitätsverteilung entlang des Scheibenrandes charakteristisch, für die Bowtie-Mode (b, 15% Verformung) die Schleifenförmige Intensitätsverteilung. Die Wellenlänge im Resonator ist ca.  $1/30$  der kurzen Achse.

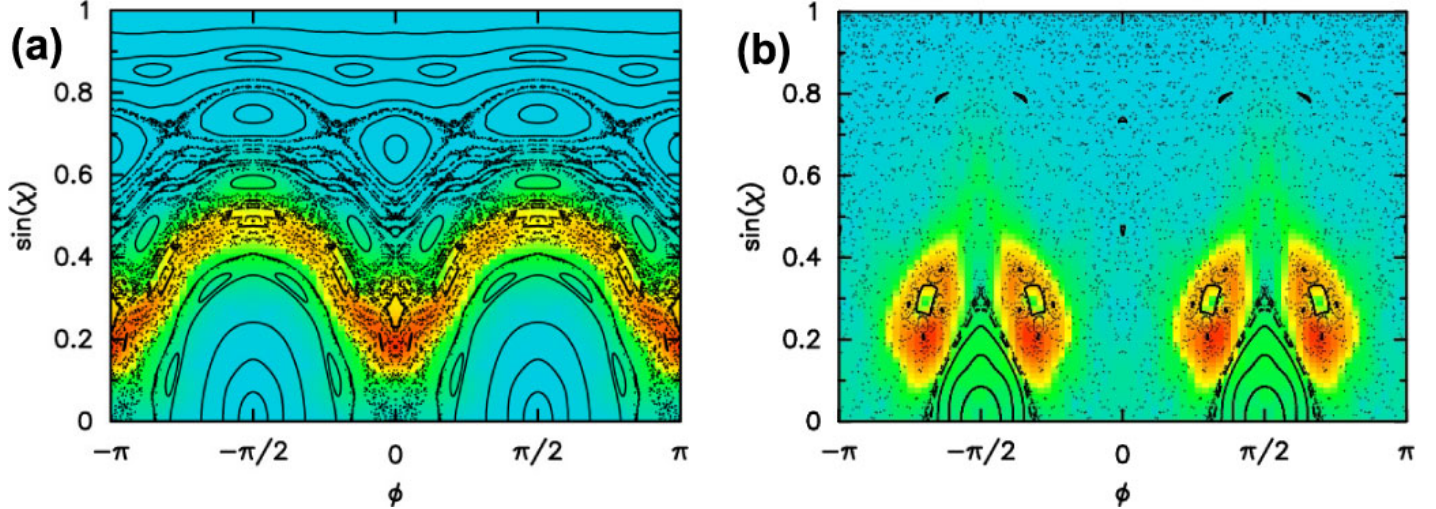


Abb. 3: Verfolgt man eine Anzahl von Trajektorien für jeweils einige hundert Reflexionen und verzeichnet die Berührungspunkte mit der Oberfläche sowie die dabei auftretenden Einfallswinkel  $\chi$ , so ergibt sich ein Poincaré-Schnitt. Den Ort der Reflexion kann man durch den Polarwinkel  $\phi$  entlang des Randes parametrisieren. Die sukzessive erhaltenen Kombinationen von  $\sin\chi$  und  $\phi$  sind hier als Punkte in schwarz aufgetragen. Eine Trajektorie erzeugt entweder nur diskrete Punkte, ganze Linien oder eine zusammenhängende Punktwolke (Chaos). Besonders stabil ist die diametrale Bahn entlang der kurzen Achse bei  $\phi = \pm\pi/2$ ,  $\sin\chi = 0$ , was zu zwei zwiebellförmigen Inseln führt, ähnlich der Oszillation um die stabile Ruhelage im Phasenraum eines linearen Pendels. Die Deformationen in a) und b) sind dieselben wie in Abb. 2 a) bzw. b). An einem Punkt  $(\phi, \sin\chi)$  erhält man diese Projektion aus dem Überlapp der exakten Wellenlösung mit einem freien Wellenpaket minimaler Unschärfe, dessen Erwartungswert an diesem Punkt im Poincaré-Schnitt liegt. Dieser Überlapp wird als eine Dichtefunktion im Poincaré-Schnitt aufgetragen und folgt in a) einer chaotischen Schicht, in der auch eine klassische Bahn besonders lange verweilen kann. Solch ein Strahl zirkuliert in der Flüstergalerie, kann aber bei  $\phi = \pm\pi/2$  entweichen, weil dort  $\sin\chi$  minimal wird [vgl. 2 a)]. In b) liegt die gleiche Region ( $\sin\chi = 1/n \approx 0.3$ ) im Einzugsbereich von vier Inseln, die den vier Reflexionen der Schleifenbahn in 2 b) entsprechen.

Solange ein Lichtstrahl das Dielektrikum nicht verläßt, gleicht der Strahlverlauf dem eines geschlossenen Billiards. In dessen klassischer Dynamik spielt sich beim Übergang vom Kreis zu immer stärker ovalen konvexen Verformungen das Kolmogorov-Arnol'd-Moser-(KAM)-Szenario ab, das aus dem Zerreißen der geordneten Bewegungsmuster resultiert, wie sie im Kreis existieren. Periodische (in sich zurücklaufende) Strahlentrajektorien mit kleinem Einfallswinkel werden hiervon bei zunehmender Deformation zuerst betroffen: einige von ihnen werden instabil gegenüber kleinen Änderungen in den Anfangsbedingungen, so daß sie von einer ursprünglich benachbarten Bahn mit steigender Zahl der Reflexionen exponentiell abweichen: in ihrer Umgebung erscheint Chaos. Auch stabile periodische Bahnen entstehen, deren benachbarte Bahnen stets in ihrer Nachbarschaft bleiben. Die Flüstergalerie-Bahnen bewahren dagegen auch bei größerer Deformation starke Ähnlichkeit mit denen der kreisförmigen Kavität.

Optische Resonatoren mit entweder stabilem oder instabilem Strahlverlauf sind seit langem bekannt, z.B. in Gestalt

zweier einander gegenüberstehender Hohlspiegel, die je nach ihrem Abstand fokussierend oder defokussierend wirken. Auch zirkulierende Bahnen kennt man, z.B. aus Ringlasern. Im ovalen Mikroresonator können aber diese chaotischen und regulären (nicht chaotischen) Bewegungstypen koexistieren. Ihre Klassifizierung läßt sich durch "Ray Tracing" im Ortsraum nur schwer überblicken, kann aber sehr klar im Poincaré-Schnitt dargestellt werden, einem zentralen Hilfsmittel der nichtlinearen Dynamik, das in Abb. 3 definiert wird. In diesem Porträt des gemischten klassischen Phasenraumes äußert sich der Wegfall der im Kreis gültigen Bedingung  $\sin\chi = \text{const.}$  darin, daß chaotische Bahnen eine flächenhafte Punktwolke ausfüllen. Reguläre Trajektorien dagegen bleiben auf eindimensionale Linien beschränkt, die sich zu Inseln gruppieren.

Für das Emissionsverhalten dieser Photonen-Billiards ist der Poincaré-Schnitt deswegen so bedeutsam, weil der Wert von  $\sin\chi$  die Austrittswahrscheinlichkeit beim Auftreffen auf die Oberfläche bestimmt. Totale interne Reflexion erfolgt für  $\sin\chi > 1/n$ , wobei  $n$  der Brechungsindex

der Halbleiterscheibe ist. Der Tunnelzerfall, der ja im Kreis den einzigen Austrittsmechanismus darstellt, bekommt im ovalen Resonator aber Konkurrenz von einem rein klassischen Effekt: Selbst wenn wir einen Strahl mit  $\sin\chi > 1/n$  starten, kann nach ausreichend vielen Reflexionen der Fall  $\sin\chi \leq 1/n$  eintreten. Die Reflektivität springt dann recht abrupt von  $R \approx 1$  auf einen kleineren Wert nahe  $R = (n-1)^2/(n+1)^2$ , dem Fresnelschen Resultat für senkrechten Einfall. Die durchschnittliche klassische Verweildauer einer Trajektorie ergibt sich, indem man sequentiell an jedem von ihr besuchten Punkt  $(\phi, \sin\chi)$  im Poincaré-Schnitt diese variable Reflektionswahrscheinlichkeit anwendet. Die Austrittsbedingung für das Licht ist also erstens probabilistisch, und zweitens im Phasenraum definiert – im Gegensatz zum wirklichen Billiardspiel, wo bestimmte Stellen im Ortsraum den Ausgang markieren.

Um mit diesem Strahlenmodell quantitative Aussagen machen zu können, muß man aber noch die Verbindung zwischen Trajektorien und Moden herstellen. Dazu werden mit semiklassischen Überlegungen die geeigneten Anfangsbe-

dingungen für die Strahlen festgelegt. Daß sich bestimmte Strahlenbündel tatsächlich einer Mode zuordnen lassen, läßt sich mit Husimi-Projektionen illustrieren, die die enge Beziehung zwischen der KAM-Struktur und den Wellenfunktionen zutage fördern (Abb. 3).

### Vom Flüstern zum Echo

Aus Untersuchungen für Materialien mit Brechungsindizes von  $n \leq 2$ , z.B. extrem dünne Mikrodisk [3], organischen Verbindungen [3, 8] und Gläser [9], hatten wir gelernt, daß chaotische Varianten der Flüstergalerie zu Moden mit anisotroper Ausstrahlung führen, weil die Wellenfunktionen die anisotrope Phasenraumstruktur nachahmen [7]. Derartige Moden sind auch im Quantenkaskaden-Mikrozylinder für das Lasen verantwortlich, zumindest bei der in Abb. 2(a) gezeigten Verformung von 6%. Die hier herausgegriffene Mode ist aber nur eine von vielen, die mit den gemessenen Gütefaktoren (Verhältnis von Wellenlänge zu Linienbreite) von  $Q \approx 700 - 1000$  übereinstimmen. Der hohe Brechungsindex von  $n = 3.3$  hat nämlich die unangenehme Folge, daß gemäß der Fresnel-Formel die Reflektivität der Oberfläche ansteigt, wodurch sich die Dichte langlebiger Zustände zu sehr erhöht. Es resultiert vielmodiges Lasen, welches die Emissionsdirektionalität einzelner Zustände, wie des in Abb. 2 (a) gezeigten, durch Überlagerung verwischt.

Eine überraschende Verbesserung stellt sich aber bei einer Erhöhung der Deformation auf 15% ein, entsprechend einer kurzen Achse von  $50 \mu\text{m}$  und einer langen Achse von  $70 \mu\text{m}$ : Der Laser schwingt dann in einer einzigen Mode mit gebündelter Emission bei fast unveränderter Güte. In den bevorzugten Richtungen wird im Pulsbetrieb bis zu 10 mW abgestrahlte Leistung gemessen, drei Größenordnungen mehr als in einem fast kreisförmigen Gegenstück! Das ist Rekord in Strukturen dieser Größe.

Die Laser wurden bis zu 270 Kelvin getestet, aber prinzipiell funktionieren Quantenkaskadenlaser auch weit oberhalb Zimmertemperatur. Die für die Leistungssteigerung verantwortliche Mode (Abb. 2 b) folgt einer schleifenförmigen Bahn, die wir als "Bowtie" (Frackfliege) bezeichnen. Sie existiert bei Verformungen unterhalb 10% überhaupt nicht, sondern entsteht durch eine Bifurkation, sozusagen als "Nebenprodukt" bei der Ausweitung des Chaos. Die Bedeutung der Phasenraumstruktur wird durch die Husimi-Projektion in Abb. 3(b) demonstriert. Deren Intensität umringt die von der klassischen Bowtie-Bahn erzeugten Stabilitätsinseln. Die Umorganisation dieser Phasenraumregion von zirkulierender zu Schleifen-Bewegung erklärt sowohl das "Aussterben" der spektral zu eng benachbarten Flüstergalerie-Moden mit den relevanten  $Q$ -Faktoren, als auch die günstigere Ausstrahlungscharakteristik bei 15% Verformung.

Das von der Bowtie-Mode emittierte Licht ist gebündelt, weil es an jedem der vier Reflektionsorte nur in bestimmten, durch das Brechungsgesetz festgelegten Richtungen austritt. Fokussierung findet aber auch in der Scheibenmitte statt, wo durch den Pumpstrom die meisten Photonen erzeugt werden. Diese werden folglich in der Bowtie-Mode besser eingefangen als in Flüstergalerie-Resonanzen. Das sind die Gründe für die erhöhte Ausgangsleistung. Ferner können Fehler bei der Fabrikation der Oberfläche gut toleriert werden, wenn sie außerhalb des Strahlverlaufes liegen. Die Lithographie ist jedoch sehr präzise, wie Abb. 2 (c) zeigt.

Vom theoretischen Standpunkt ist die Abhängigkeit der Emissionscharakteristik von der Verformung besonders deswegen interessant, weil sie eine neuartige Meßgröße zur "Phasenraum-Diagnostik" individueller metastabiler Zustände darstellt. Solche nicht universellen Charakteristika haben in letz-

ter Zeit im Quantenchaos verstärkte Aufmerksamkeit erhalten (ein bekanntes Beispiel sind die "Scars"[6]). Auf Seiten der Anwendungen ist wesentlich, daß man mit Hilfe des Poincaré-Schnittes nun die Deformation den Material- und Pumpbedingungen entsprechend optimieren kann. Beispielsweise darf man weitere Verbesserung erwarten, wenn die verbleibenden Reflexionssymmetrien der ovalen Prototypen in geeigneter Weise gebrochen werden. Bei alledem ist es wegen der fortschreitenden Miniaturisierung immer wichtiger, die Wellenkorrekturen zum Strahlenbild zu verstehen. Quantenchaos und Mikrooptik haben hier als zwei eigenständige Gebiete mit durchaus unterschiedlicher Zielsetzung eine fruchtbare gemeinsame Basis gefunden.

## References

- [1] P. L. Gourley, Spektrum der Wissenschaft, Mai 1998, S. 74
- [2] J. Faist *et al.*, Appl. Phys. Lett. **68**, 3680 (1996)
- [3] *Optical processes in Microcavities*, R. K. Chang and A. J. Campillo, eds. (World Scientific, Singapore, 1996)
- [4] Y. Yamamoto, R. E. Slusher, Physics Today **46**, 66 (1993)
- [5] C. Gmachl *et al.*, Science **280**, 1556 (1998)
- [6] H.-J. Stöckmann, Phys. Bl. **53**, 121 (1997); T. Dittrich, Phys. Bl. **52**, 656 (1996)
- [7] J. U. Nöckel, A. D. Stone, Nature **385**, 45 (1997)
- [8] A. Dodabalpur *et al.*, Science **277**, 1787 (1997)
- [9] Ein Überblick über dieses Feld sowie weitere Verweise finden sich auf der Webseite [www.mpipks-dresden.mpg.de/~noeckel/microlasers.html](http://www.mpipks-dresden.mpg.de/~noeckel/microlasers.html)